

VTŠ: Osnovi računarske tehnike

Realizacija aritmetičkih funkcija

mr. Veličković Zoran
April, 2010.

Klasična realizacija

□ Realizacija aritmetičkih funkcija putem kombinacione logike ima sledeće

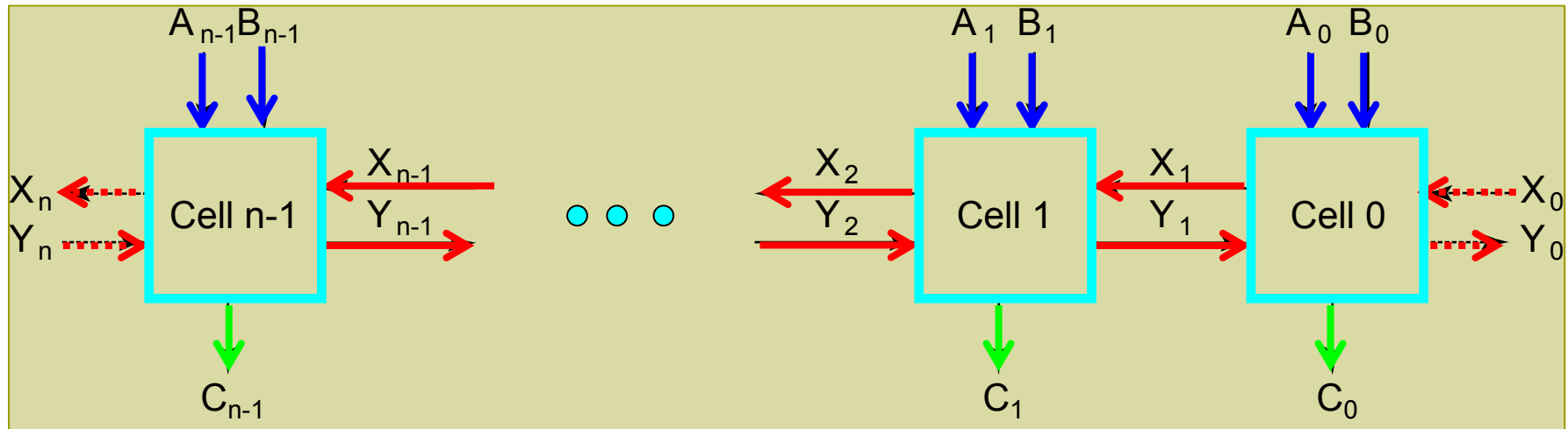
nedostatke:

- Veliki broj ulaza (recimo 32, 64 ili 128)
- Veoma velike tabele istinitosti
- Veliki broj jednačina
- Veliki broj ulaznih/ulaznih parametara
- Jednostavan dizajn ali veoma nepraktičan!

Realizacija iterativnim blokovima

- Uobičajeno je da se aritmetičke funkcije realizuju preko **binarnih vektora**.
- Koriste istu **podfunkciju** za svaku bitsku poziciju.
- Podfunkcije se realizuju preko funkcionalnih blokova tako da se njihovim **ponavljanjem** može realizovati čitava funkcija (realizacija na mišiće!).
- **Ćelija** (*Cell*) predstavlja **blok** podfunkcije.
- Niz međusobno povezanih ćelija se naziva ***“Iterative array”***.
- Ovaj niz ćelija može biti realizovan u jednoj dimenziji (**1D**) ili u **više** dimenzija (**nD**).

Blok diagram, 1D Iterative Array



Blok za binarno polusabiranje

- Jednobitni binarni polusabirač ima 2-ulaza X i Y i obavlja sledeće izračunavanje:

X	0	0	1	1
+ Y	+ 0	+ 1	+ 0	+ 1
C S	0 0	0 1	0 1	1 0

- Polusabirač sabira dva bita što rezultira dvobitnim zbirom.
- Dvobitni zbir je određen **bitom sume S** i **bitom prenosa** (carry bit) **C**.
- Polusabirač se može definisati tablicom istinitosti za **S** i **C** funkciju

X	Y	C	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Polusabirač (half adder HA)

- Karnuove mape za **S** i **C** su prikazane na slici.
- Ovo su trivijalni slučajevi Karnuovih mapa

$$\mathbf{S} = X \times \overline{Y} + \overline{X} \times Y = X \oplus Y$$

$$\mathbf{S} = (X + Y) \times (\overline{X} + \overline{Y})$$

$$\mathbf{C} = X \times Y$$

$$\mathbf{C} = \overline{(\overline{X \times Y})}$$

X \ Y	0	1
0		1
1	1	

S funkcija'

X \ Y	0	1
0		
1		1

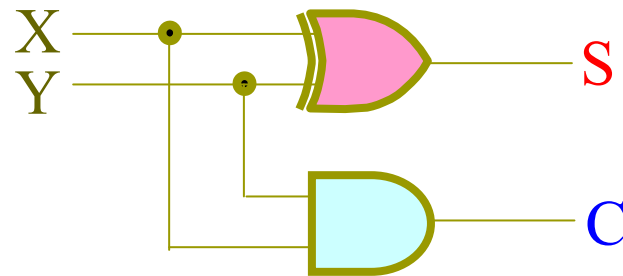
C funkcija'

Polusabirač (HA) - realizacija

- Polusabirač realizovan jednom od prethodnih funkcija.

$$S = X \oplus Y$$

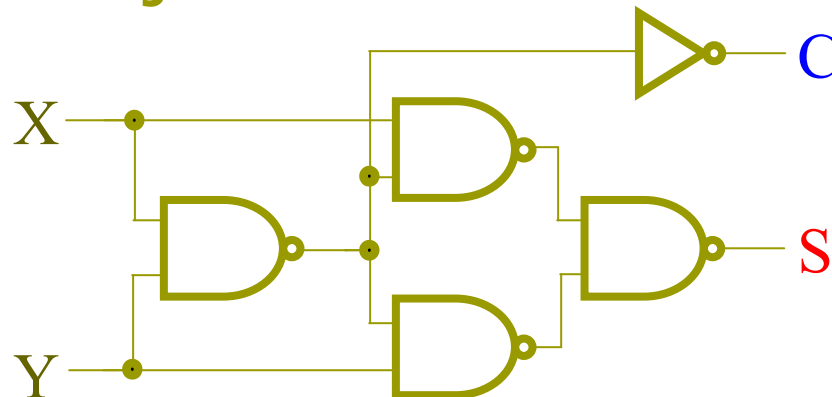
$$C = X \times Y$$



- NAND only realizacija:

$$S = (X + Y) \times C$$

$$C = ((\overline{X \times Y}))$$



Potpuni sabirač (Full Adder FA)

- Potpuni sabirač (Full ader - FA) je sličan sa polusabiračem stim što uključuje carry-in bit nižeg stepena. Kao i polusabirač, računa sum bit **S** i carry bit, **C**.

- Ako je carry-in bit (**Z**) 0, ima se polusabirač:

Z	0	0	0	0
X	0	0	1	1
+ Y	+ 0	+ 1	+ 0	+ 1
C S	0 0	0 1	0 1	1 0

- Ako je carry- in bit (**Z**) 1 ima se :

Z	1	1	1	1
X	0	0	1	1
+ Y	+ 0	+ 1	+ 0	+ 1
C S	0 1	1 0	1 0	1 1

Optimizacija potpunog sabirača

□ Tabela istinitosti punog sabirača:

□ Karnuove mape punog sabirača (FA)

$$S = \overline{X}\overline{Y}Z + \overline{X}Y\overline{Z} + \overline{X}YZ + XYZ$$

$$C = XY + XZ + YZ$$

X	Y	Z	C	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

XY					
Z		00	01	11	10
	0			1	
	1		1	1	1

‘C funkcija’

XY					
Z		00	01	11	10
	0		1		1
	1	1		1	

‘S funkcija’

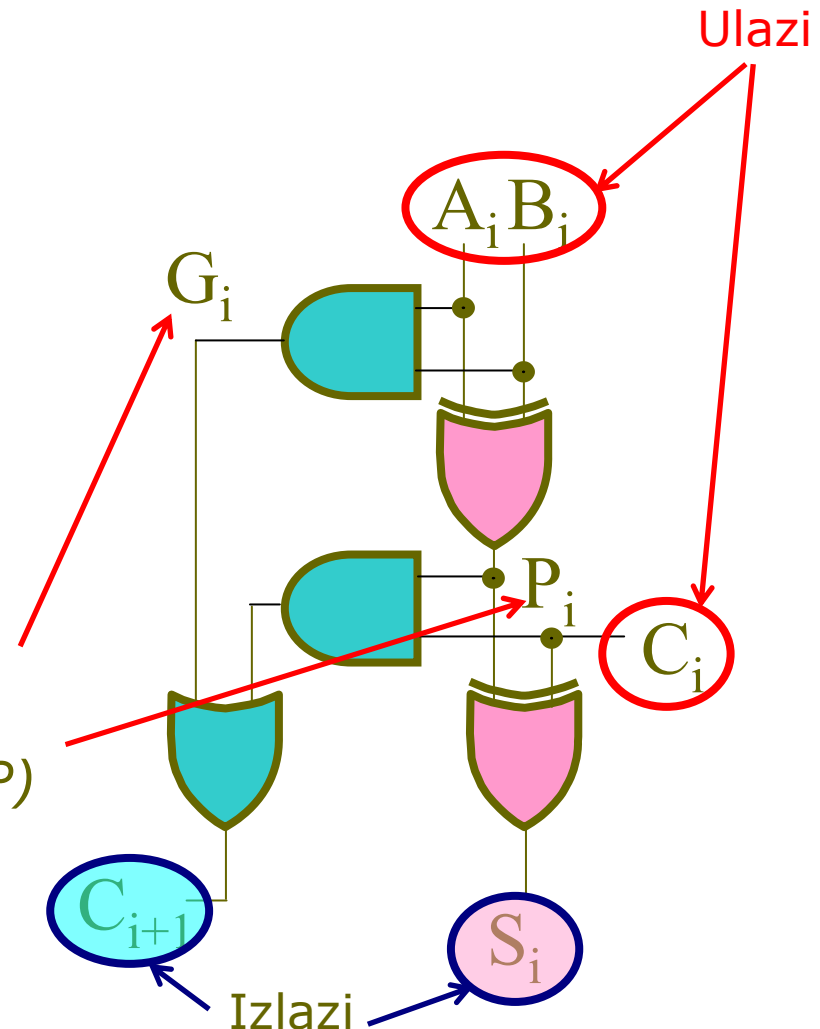
Optimizacija potpunog sabirača

- Evo realizacije potpunog sabirača prema optimizovanim funkcijama:

$$S = X \oplus Y \oplus Z$$

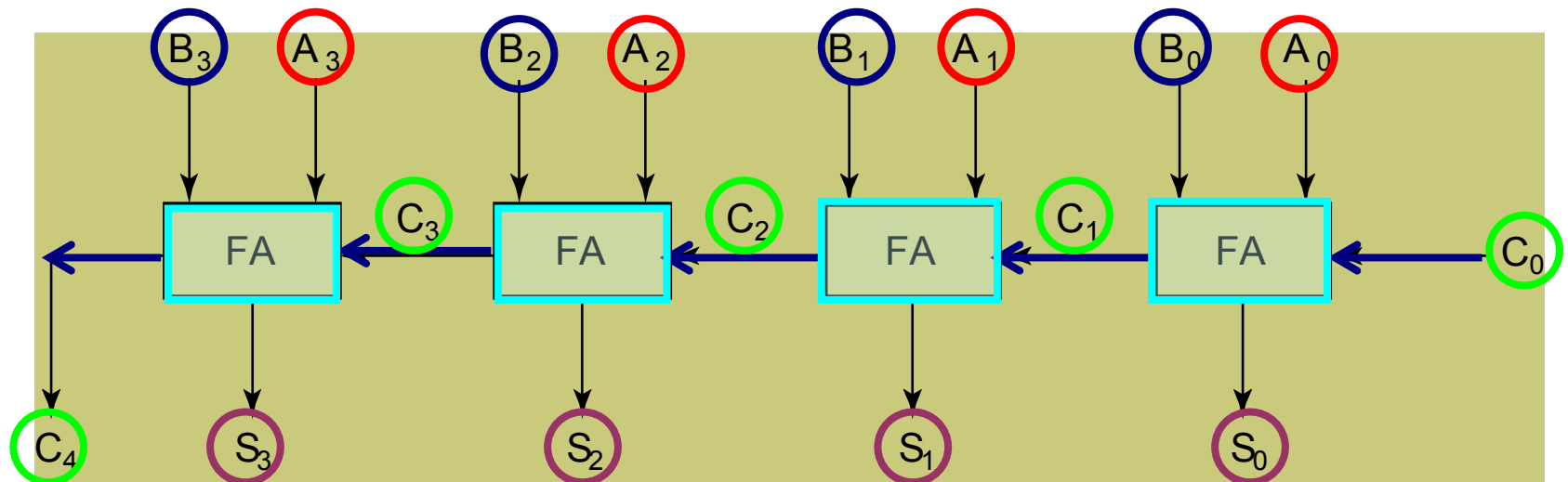
$$C = X Y + (X \oplus Y) Z$$

- $X \cdot Y$ se naziva *carry generate* (G)
- $X \oplus Y$ se naziva *carry propagate* (P)
- $X, Y, Z, i C$
su ustvari A, B, C_i i C_0



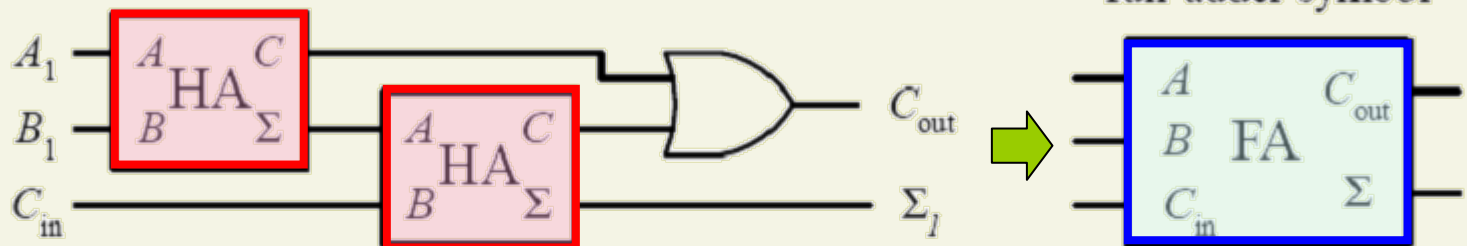
4-bit Ripple-Carry Binary Adder

- 4-bitni Ripple Carry sabirač načinjen od četrir 1-bitna potpuna sabirača (FA):

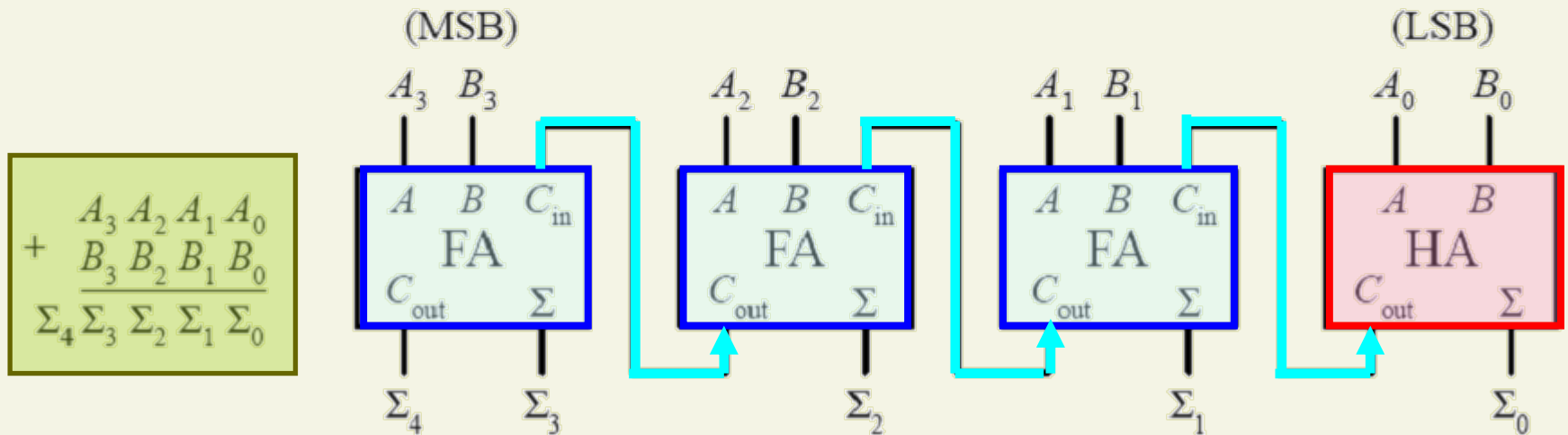


FA, HA i 4-bitni Binary Adder

Full-adder



4-bit adder



Dvoični kompl. Sabirač/Odizimač

- ❑ Oduzimanje se realizuje dvoičnim komplementom u dva koraka na sledeći način:

1. Komplementiranje svakog bita (1's Complement.)
2. Dodavanje 1 ovom rezultatu. Evo logičke šeme:

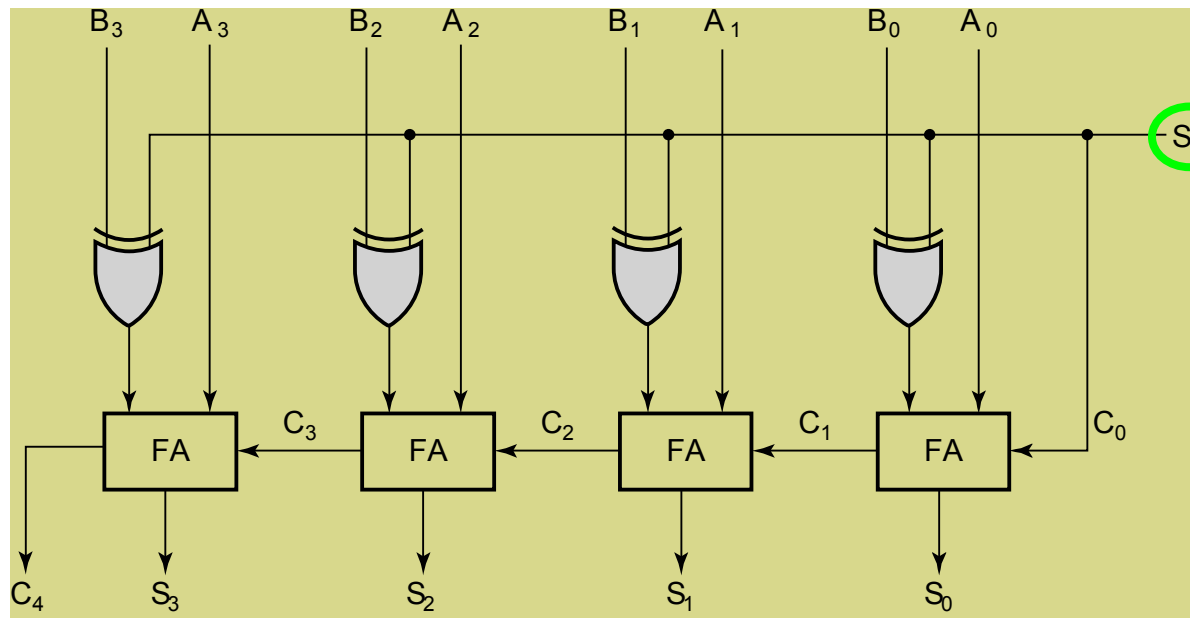
- ❑ Logička šema izračunava $A + B$ i

$A - B$:

- ❑ Za $S = 1$,
Oduzimanje:

2-ični komplement za B se formira korišćenjem **XOR** funkcije za dobijanje 1-čnog komplementa i dodavanje 1 (s) koji je doveden na C_0 .

- ❑ Za $S = 0$, **sabiranje**, B se prosleđuje nepromenjeno

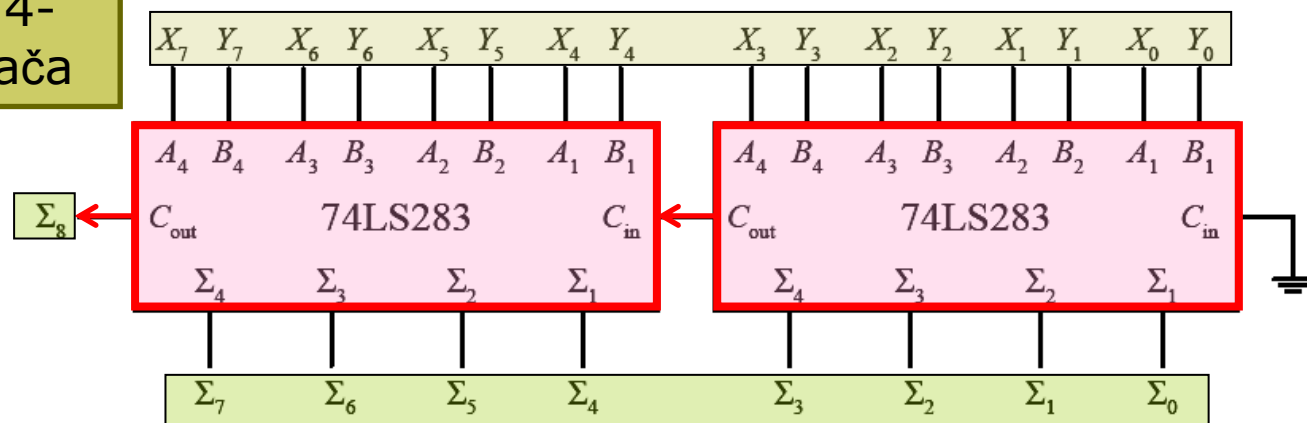


8-bitni sabirač

- ❑ Potpuni sabirači su već realizovani i proizvode se kao standardna rešenja.
- ❑ Realizacija standardnim kolima 8-bitnog sabirača sa dva 4-bitna puna sabirača 74LS283 ili 4008.

Kaskadna veza dva 4-bitna potpuna sabirača

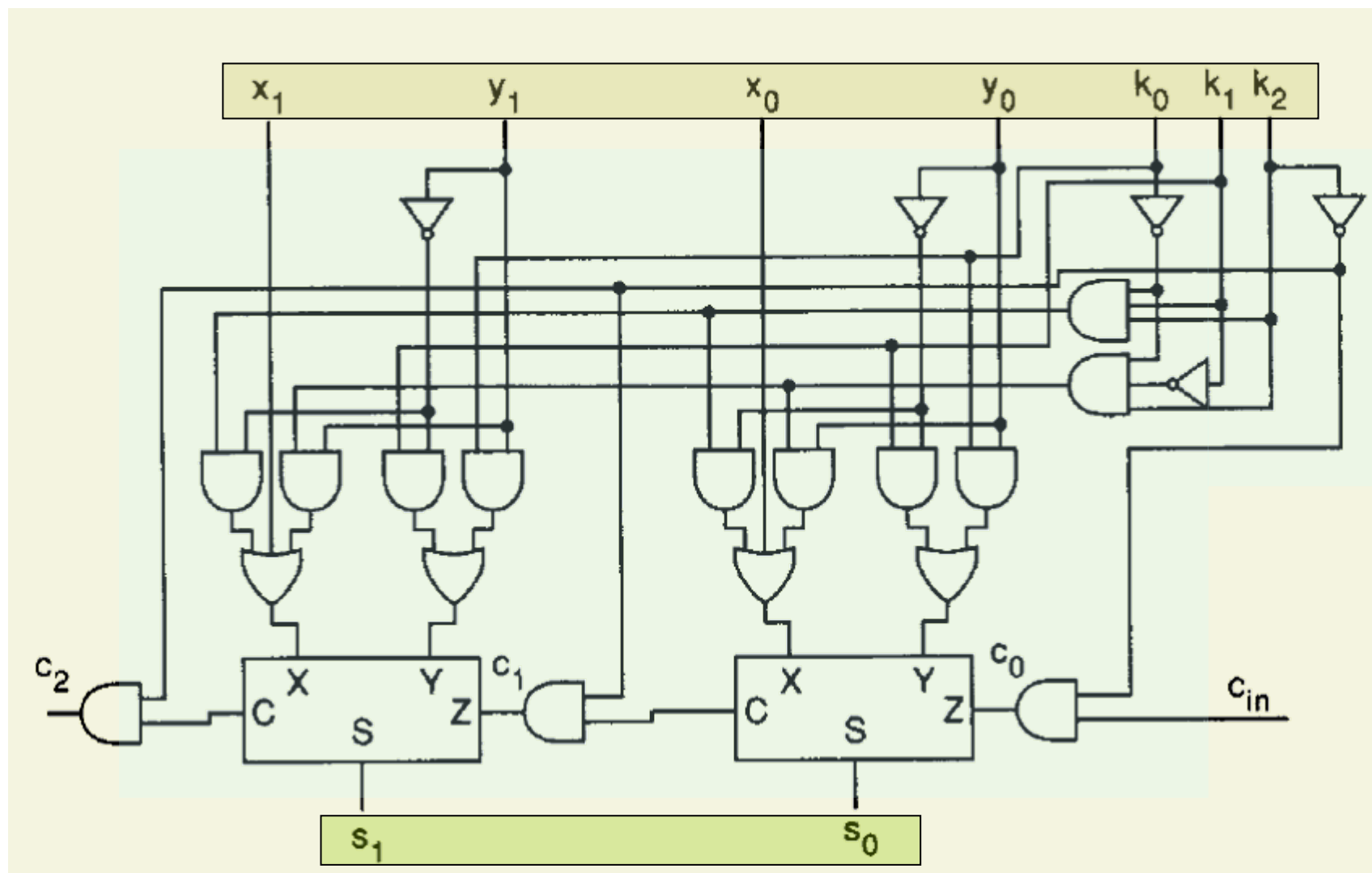
$$\begin{array}{r}
 X_7 X_6 X_5 X_4 X_3 X_2 X_1 X_0 \\
 + Y_7 Y_6 Y_5 Y_4 Y_3 Y_2 Y_1 Y_0 \\
 \hline
 \Sigma_8 \Sigma_7 \Sigma_6 \Sigma_5 \Sigma_4 \Sigma_3 \Sigma_2 \Sigma_1 \Sigma_0
 \end{array}$$



Arithmetic/Logic Units (ALU)

- Aritmetičko/logička jedinica (Arithmetic/Logic Unit - **ALU**) je **višenamenski** blok koji može obaviti različite **aritmetičke i logičke operacije**.
- Da bi se **izabrala** specifična operacija **binarni kod** treba da se dovede na ulaz ove jedinice kako bi se **selektovala** odgovarajuća operacija.
- 74181 je 4-bitna ALU koja obavlja **16 različitih aritmetičkih i logičkih operacija**.
- Na sledećim slajdovima biće prikazan **struktura** ove ALU jedinice i **spisak** kodova koji selektuju odgovarajuće operacije.

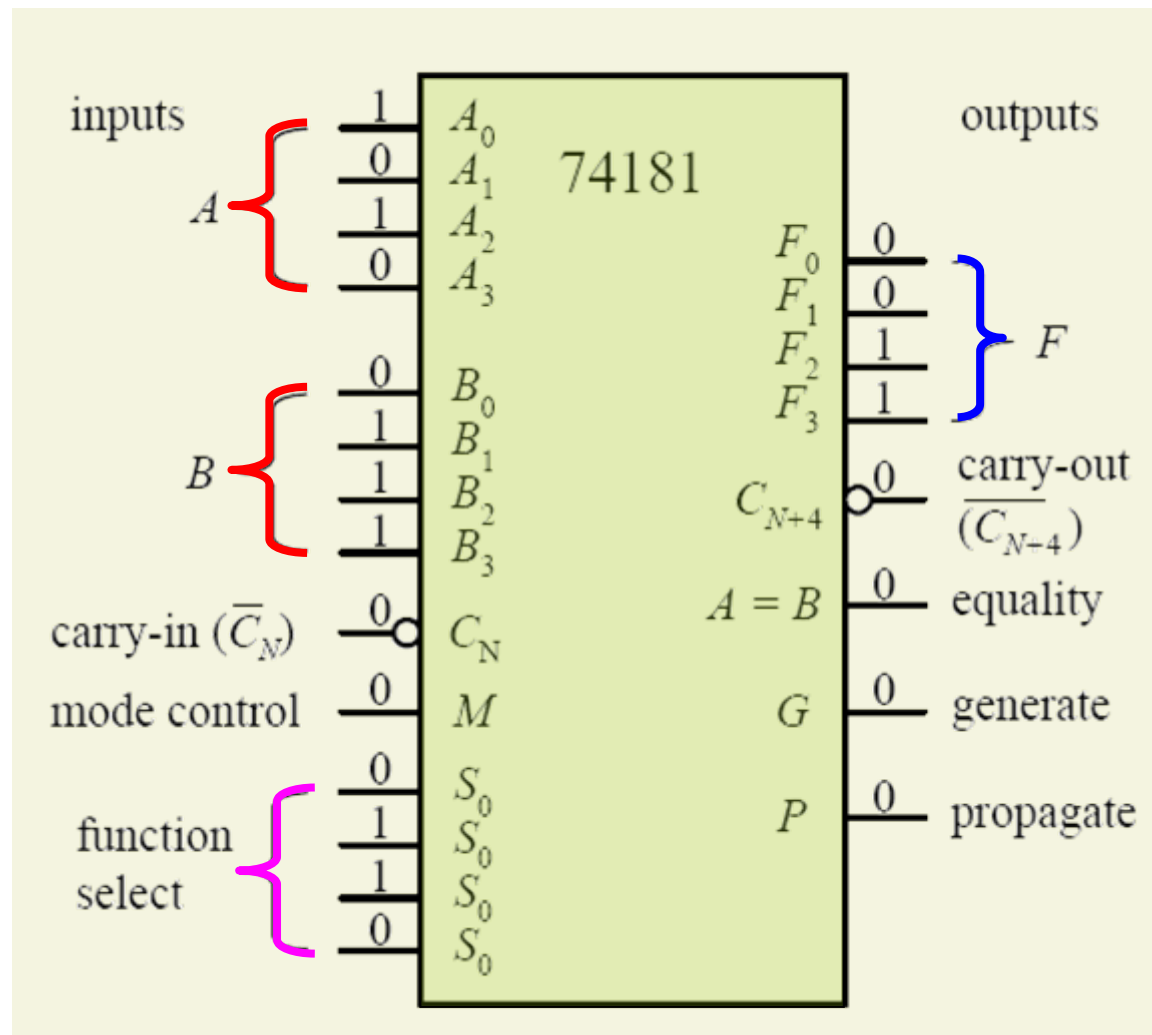
Logička šema 2-bitna ALU



ALU funkcije

Control Inputs				Result	Function
$k2$	$k1$	$k0$	cin		
0	0	0	0	$S = X$	Transfer X
0	0	0	1	$S = X + 1$	Increment X
0	0	1	0	$S = X + Y$	Addition
0	0	1	1	$S = X + Y + 1$	Add with carry in
0	1	0	0	$S = X - Y - 1$	Subtract with borrow
0	1	0	1	$S = X - Y$	Subtraction
0	1	1	0	$S = X - 1$	Decrement X
0	1	1	1	$S = X$	Transfer X
1	0	0	...	$S = X \text{ OR } Y$	Logical OR
1	0	1	...	$S = X \text{ OR } Y$	Exclusive-OR
1	1	0	...	$S = X \text{ AND } Y$	Logical AND
1	1	1	...	$S = \text{NOT } X$	Bit-wise complement

Standardna 4-bitna ALU



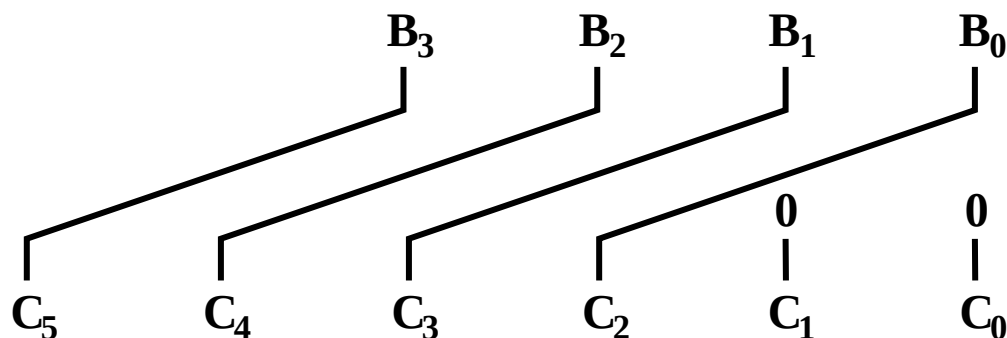
Selekcija operacije u ALU-u

Mode select				Logic functions ($M = 1$)	Arithmetic operations ($M = 0, \overline{C}_n = 1$)
S_3	S_2	S_1	S_0		
0	0	0	0	$F = \overline{A}$	$F = A$
0	0	0	1	$F = \overline{A + B}$	$F = A + B$
0	0	1	0	$F = \overline{A}B$	$F = A + \overline{B}$
0	0	1	1	$F = 0$	$F = \text{minus } 1 \text{ (2's comp.)}$
0	1	0	0	$F = \overline{AB}$	$F = A \text{ plus } \overline{AB}$
0	1	0	1	$F = \overline{B}$	$F = (A + B) \text{ plus } \overline{AB}$
0	1	1	0	$F = A \oplus B$	$F = A \text{ minus } B \text{ minus } 1$
0	1	1	1	$F = \overline{AB}$	$F = \overline{AB} \text{ minus } 1$
1	0	0	0	$F = \overline{A} + B$	$F = A \text{ plus } AB$
1	0	0	1	$F = \overline{A \oplus B}$	$F = A \text{ plus } B$
1	0	1	0	$F = B$	$F = (A + \overline{B}) \text{ plus } AB$
1	0	1	1	$F = AB$	$F = AB \text{ minus } 1$
1	1	0	0	$F = 1$	$F = A \text{ plus } A$
1	1	0	1	$F = A + B$	$F = (A + B) \text{ plus } A$
1	1	1	0	$F = A + B$	$F = (A + \overline{B}) \text{ plus } A$
1	1	1	1	$F = A$	$F = A \text{ minus } 1$

Množenje/Deljenje sa 2^n

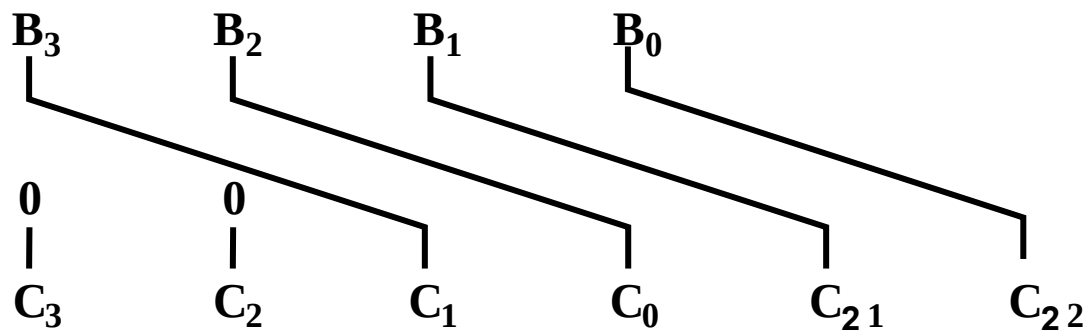
□ Množenje sa $4=2^n$

- Shift levo 2 poz.



□ Deljenje sa $4=2^n$

- Shift desno 2 poz.
- Ostatak sačuvan



(b)